Name, Vorname: ______

Geotelematik B ○

Informatik B ○

Scientific Computing B ○

Sonstige ○

---

1. Sei A eine 3×3-Matrix A mit zwei Pivotspalten und sei $B = \begin{bmatrix} A \\ 2A \end{bmatrix}$.

   Wieviele Pivotspalten hat B?

   Zahl der Pivotspalten = $\boxed{2}$ *1 P.*

2. Sei A wie in Aufgabe 1 und sei $C = \begin{bmatrix} A & 2A \end{bmatrix}$.

   Wieviele Pivotspalten hat C?

   Zahl der Pivotspalten = $\boxed{2}$ *1 P.*

3. Sei A wie in Aufgabe 1 und sei $D = \begin{bmatrix} A & A \\ O & A \end{bmatrix}$.

   (O steht für eine 3×3-Nullmatrix).

   Welche Dimension hat der linke Nullraum von D?

   $\dim N(D^T) =$ $\boxed{2}$ *1 P.*

4. Wahr oder falsch?

   Ist B eine 2×2-Matrix mit $B^2 = I$, dann ist $B = I$ oder $B = -I$.

   wahr ○ falsch ⊗ *1 P.*

5. Wahr oder falsch?

   Ist A eine $m \times n$-Matrix mit linear unabhängigen Zeilen, dann ist $Ax = b$ für jedes $b \in \mathbf{R}^m$ lösbar.

   wahr ⊗ falsch ○ *1 P.*

6. Wahr oder falsch?

   Sei A beliebig. A und $-A$ haben die gleichen vier fundamentalen Unterräume.

   wahr ⊗ falsch ○ *1 P.*

7. Sei $A = \left[\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 9 \end{smallmatrix}\right]$.

   LU-Faktorisierung von A liefert $U = \left[\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{smallmatrix}\right]$.

   Wie lautet L?

   $L = \boxed{\left[\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{smallmatrix}\right]}$ *1 P.*

8. Unter welcher Bedingung an a, b, c ist das System

$$\begin{aligned} -x + y &= a \\ -y + z &= b \\ x - z &= c \end{aligned}$$

   lösbar?

   Die Bedingung an a, b, c lautet $\boxed{a + b + c = 0}$ *1 P.*

9. Gegeben ist $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix}$.

   Geben Sie eine Basis für den Nullraum von A an.

   Eine Basis für den Nullraum von A ist $\boxed{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$ *1 P.*

10. Gegeben ist die Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

    Geben Sie eine Basis für den Spaltenraum von A an.

    Eine Basis für den Spaltenraum von A ist $\boxed{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}}$ *1 P.*

11. Sei A wie in Aufgabe 10.

    Geben Sie eine Basis für den Zeilenraum von A an.

    Eine Basis für den Zeilenraum von A ist $\boxed{\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}}$ *1 P.*

12. $Ax = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ habe die vollständige Lösung $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

    Wie lautet A?

    $A = \boxed{\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}}$ *1 P.*

13. Gegeben ist ein Graph mit den Knoten 1,2,3,4. Von Knoten 1 gehen gerichtete Kanten zu den Knoten 2,3,4. Von Knoten 3 geht eine gerichtete Kante zu Knoten 4.

    Welchen Rang hat die Inzidenzmatrix A?

    rank $A =$ 3 *1 P.*

14. Gegeben ist $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

    Nennen Sie ein $x \neq 0$ mit $x \perp Ax$

    Ein solches x ist z.B. $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ *1 P.*

15. Gegeben sind $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

    Die Spaltenräume von A und B schneiden sich in einer Geraden.

    Nennen Sie einen Vektor $v \neq 0$, der auf dieser Geraden liegt.

    Ein solches v ist z.B. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ *1 P.*

16. Projizieren Sie den Vektor $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ auf den Spaltenraum der Matrix $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

    Welchen Vekor p erhalten Sie?

    $p =$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ *1 P.*