Saalübung

1. ([1], Ex. 6.2, 1)

   (a) Diagonalisiere A, d.h. bringe A in die Form $S\Lambda S^{-1}$.

   $$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

   (b) Diagonalisiere auch die A^{-1}.

2. ([1], Ex. 6.2, 2) A hat den Eigenwert $\lambda_1 = 2$ mit Eigenvektor $\left[\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right]$ und den Eigenwert $\lambda_2 = 5$ mit Eigenvektor $\left[\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right]$.

   Wie lautet A?

3. ([1], Ex. 6.2, 3) Sei $A = S\Lambda S^{-1}$.

   (a) Wie lautet die Eigenwertmatrix von $A + 2I$?

   (b) Wie lautet die Eigenvektormatrix von $A + 2I$?

   (c) Wie sieht die Diagonalisierung von $A + 2I$ aus?

Hausaufgabe

1. (18.06, Quiz 2) Gegeben ist die *Markov-Matrix*

   $$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

   Sie ist symmetrisch und hat einen doppelten Eigenwert.

   (a) Finde ihre drei Eigenwerte und <u>alle</u> reellen Eigenvektoren.

   (b) Finde $\lim_{k\to\infty} A^k$.

   Hinweis Man kann mit $S\Lambda S^{-1}$ arbeiten und muss nicht jede Komponente berechnen.

2. ([1], Ex. 6.2, 33) Finde Eigenwerte, Eigenvektoren und A^k für die Adjazenzmatrix

   $$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Bedeutung von A: A sagt, welche der drei Knoten eines Graphen durch eine (ungerichtete) Kante verbunden sind.

   Bedeutung von A^k: die $((i, j))$-Komponenten von A^k sagen, auf wieviele verschiedene Weisen man in k Schritten von Knoten i zu Knoten j kommt.

Literatur

[1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.