Saalübung

1. ([1], Ex. 5.2, 13)
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$
   (a) Berechnen Sie die Cofaktorenmatrix C.
   (b) Berechnen Sie AC^T.
   (c) $A^{-1} = ?$.
2. ([1], Ex. 5.3, 1a) Lösen sie
$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 &= 1 \\ x_1 + 4x_2 &= 2 \end{aligned}$$
   mit der Cramer-Regel.
3. ([1], Ex. 5.4, 1b) Lösen sie
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ x_2 + 2x_3 &= 0 \end{aligned}$$
   mit der Cramer-Regel.

Hausaufgabe Aus alten Prüfungen...

1. Das Gram-Schmidt-Verfahren liefert
$$q_1 = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad q_2 = \begin{bmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix}$$
   Beschreiben Sie alle möglichen Eingabevektoren a_1 und a_2.
2. Seien $a, b \in \mathbf{R}^n$, $a \neq 0$ und $b \neq 0$. Für welche Zahl x ist das Abstandsquadrat
$$||b - xa||^2$$
   minimal?
3. Finden Sie die Projektion p des Vektors $b = \left[\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{smallmatrix}\right]$ auf die Ebene $x + y + z = 0$ in $\mathbf{R}^3$.

   Tipp Man kann mit einer Basis für den zweidimensionalen Unterraum arbeiten, noch besser mit einer orthogonalen oder orthonormalen Basis.
4. Geben Sie die Determinanten von A und A^{-1} und das Element in Zeile 1, Spalte 2 von A^{-1} an für
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

5. Berechnen Sie die Determinante von

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

rekursiv oder mit Cofaktoren oder sonstwie.

Literatur

[1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.