

Saalübung Gegeben seien die vier Messwerte $(t, b) = (0, 0), (1, 8), (3, 8), (4, 20)$.

1. ([1], Ex. 4.3, 1) Die Ausgleichsgerade sei $C + Dt$.
Stellen Sie die Normalgleichung $A^T A \hat{x} = A^T b$ auf und lösen Sie sie.
Wie groß ist die Summe der Quadrate der Fehlerkomponenten e_1, e_2, e_3, e_4 ?
2. ([1], Ex. 4.3, 5) (Fortsetzung) Wie lautet die Höhe C der Horizontalen, die die Messwerte am besten fittet?
Stellen Sie die Normalgleichung auf und lösen Sie sie.
Wie groß ist die Summe der Quadrate der Fehlerkomponenten e_1, e_2, e_3, e_4 ?

Hausaufgabe

1. ([1], Ex. 4.3, 7) (Fortsetzung von Saalübung 1) Wie groß ist die Steigung der Geraden $t \mapsto Dt$, die die Messwerte am besten fittet?
Wie groß ist die Summe der Quadrate der Fehlerkomponenten e_1, e_2, e_3, e_4 ?
2. ([1], Ex. 4.3, 9) (Fortsetzung) Fitten Sie die Messwerte mit einer Parabel $t \mapsto C + Dt + Et^2$.
Wie groß ist die Summe der Quadrate der Fehlerkomponenten e_1, e_2, e_3, e_4 ?
3. ([1], Ex. 4.3, 10) (Fortsetzung) Fitten Sie die Messwerte mit einer Kurve $t \mapsto C + Dt + Et^2 + Ft^3$.
Wie groß ist die Summe der Quadrate der Fehlerkomponenten e_1, e_2, e_3, e_4 ?
4. ([1], Ex. 4.3, 23) Die Punkte P liegen auf der Geraden $t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, die Punkte Q auf der Geraden $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$.
Für welche s, t ist das Abstandskadrat $\|P - Q\|^2$ minimal?

Literatur

- [1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.