Saalübung

1. ([1], Ex. 3.2, 9) Betrachten Sie das Problem $Ax = 0$ mit einer $m \times n$-Matrix A.
   Wahr oder falsch?
   (a) Falls $m = n$ ist, gibt es keine freien Variablen.
   (b) Falls A invertierbar ist, gibt es keine freien Variablen.
   (c) Es kann nicht mehr als n Pivot-Variablen geben.
   (d) Es kann nicht mehr als m Pivot-Variablen geben.

2. ([1], Ex. 3.2, 10) Konstruieren Sie (falls möglich) eine 3×3-Matrix mit
   (a) A enthält keine Nullen und $U = I$.
   (b) A enthält keine Nullen und $R = I$.
   (c) A enthält keine Nullen und $R = U$.
   (d) $A = U = 2R$.

3. ([1], Ex. 3.2, 11) Konstruieren Sie eine 4×7-Matrix U in Zeilenstufenform, die an möglichst vielen Stellen eine Eins und außerdem die folgenden Pivot-Elemente enthält:
   (a) $2, 4, 5$,
   (b) $1, 3, 6, 7$.
   (c) $4, 6$.

Hausaufgabe

1. ([1], Ex. 3.2, 12) Konstruieren Sie eine 4×8-Matrix R in reduzierter Zeilenstufenform, die an möglichst vielen Stellen eine Eins enthält und folgende freie Variablen hat:
   (a) x_2, x_4, x_5, x_6.
   (b) x_1, x_3, x_6, x_7, x_8.

2. ([1], Ex. 3.2, 17) Die Gleichung $x - 3y - z = 0$ beschreibt eine Ebene im R^3.
   Wie lautet die Matrix A dieser Gleichung?
   Welche Variablen sind frei?
   Spezielle Lösungen sind $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ und ....

3. ([1], Ex. 3.2, 18) Die Ebene $x - 3y - z = 12$ ist parallel zur Ebene $x - 3y - z = 0$. Ein spezieller Punkt der Ebene $x - 3y - z = 12$ ist $\begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.
   Alle Punkte der Ebene $x - 3y - z = 12$ haben die Form

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

   Ergänzen Sie das Fehlende.
   (Wer das jetzt nicht kann, warte die Lektion 8 ab. Nach Lektion 8 muss es jede(r) können!)

Literatur

[1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.