Saalübung

1. ([1], nach Ex. 2.4, 18) Schreiben Sie von der 3×3-Matrix A hin:
   (a) die zweite Spalte, wenn $a_{ij} = \min\{i, j\}$;
   (b) die letzte Zeile, wenn $a_{ij} = (-1)^{i+j}$;
   (c) die Diagonalelemente, wenn $a_{ij} = i/j$.
2. ([1], Ex. 2.4, 17) Sei $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$.
   Berechnen Sie (berechnen Sie aber nicht mehr als nötig)
   (a) Spalte 2 von AB,
   (b) Zeile 2 von AB,
   (c) Zeile 2 von AA,
   (d) Zeile 2 von AAA.
3. ([1], Ex. 2.4, 11) Alle vorkommenden Matrizen haben ein 3×3-Format.
   Finde jeweils das einzige B, so dass für beliebiges A gilt:
   (a) $BA = 4A$;
   (b) $BA = 4B$;
   (c) BA hat
      i. als erste Zeile die dritte Zeile von A,
      ii. als zweite Zeile die zweite Zeile von A und
      iii. als dritte Zeile die erste Zeile von A;
   (d) alle Zeilen von BA stimmen mit der ersten Zeile von A überein.

Hausaufgabe

1. ([1], Ex. 2.4, 6) Sei $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$.
   Stimmt die Formel $(A + B)(A + B) = 2A^2 + 2AB + B^2$?
2. ([1], Ex. 2.4, 36) Finden Sie alle Matrizen $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ mit der Eigenschaft $A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} A$.
3. ([1], Ex. 2.5, 10) Finden Sie die Inversen von $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, und $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 7 & 6 \end{bmatrix}$.
4. ([1], Ex. 2.5, 22 und 23) Führen Sie die Schritte des Gauß-Jordan-Verfahrens durch, um von $[A \mid I]$ zu $[I \mid A^{-1}]$ zu gelangen:
   (a) $[A \mid I] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;
   (b) $[A \mid I] = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 9 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;
   (c) $[A \mid I] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Literatur

[1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.