

Saalübung

1. ([1], Ex. 2.2, 5)

$$3x + 2y = 10$$

$$6x + 4y =$$

Für welche rechte Seite gibt es

- (a) keine Lösung des Systems?
- (b) unendlich viele Lösungen des Systems?

2. ([1], Ex. 2.2, 7)

$$ax + 3y = -3$$

$$4x + 6y = 6$$

Für welches a führt die Gauß-Elimination

- (a) zumindest nach Zeilentausch zu einer Lösung?
- (b) auch nach Zeilentausch zu keiner Lösung?

3. ([1], Ex. 2.2, 19) Ein System linearer Gleichungen kann niemals genau zwei Lösungen haben. Warum nicht?

Hierbei helfen folgende Überlegungen:

- (a) Wenn $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ verschiedene Lösungen sind, welche Lösungen gibt es dann noch?
- (b) Wenn 25 Ebenen zwei Punkte gemeinsam haben, welche Punkte haben sie dann noch gemeinsam?

Hausaufgabe

1. ([1], Ex. 2.2, 15) Konstruieren Sie ein 3×3 -System, bei dem zwei Zeilentauschoperationen nötig sind, um zu einem System in oberer Dreiecksform zu kommen, das eine Lösung hat.
2. ([1], Ex. 2.2, 26)

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ a & a & 4 \\ a & a & a \end{bmatrix}$$

Bei welchen drei Werten von a führt die Gauß-Elimination nicht zu drei Pivotelementen?

3. ([1], Ex. 2.3, 3)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Welche drei Matrizen E_{21}, E_{31}, E_{32} überführen A in eine obere Dreiecksmatrix U ?
- (b) Multiplizieren Sie die E -Matrizen zu einer Matrix M mit $MA = U$.

4. ([1], Ex. 2.3, 18)

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & c & 1 \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie

- (a) EF ,
- (b) FE ,
- (c) E^2 ,
- (d) F^3 .

Literatur

[1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.