

Saalübung

1. ([1], Ex. 1.1, 3) Seien $\mathbf{v} + \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ und $\mathbf{v} - \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Wie lauten \mathbf{v} und \mathbf{w} ?

Berechnen Sie $3\mathbf{v} + \mathbf{w}$ und $\mathbf{v} - 3\mathbf{w}$.

2. ([1], Ex. 1.1, 4) Seien $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ und $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Lösen Sie $c\mathbf{v} + d\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$. (Geometrisch denken!)

Ist $c\mathbf{v} + d\mathbf{w} = \mathbf{b}$ für jedes $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ lösbar? (Geometrisch denken!)

3. ([1], Ex. 2.1, 27) Zeichnen Sie das Zeilenbild und das Spaltenbild zu

$$x - 2y = 0$$

$$x + y = 6.$$

Können Sie die Lösung des Gleichungssystems ablesen?

4. Berechnen Sie

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix},$$

$$(b) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix},$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Hausaufgabe

1. ([1], Ex. 1.1, 11) Vier Ecken eines 3D-Würfels haben die Ortsvektoren $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Welche Ortsvektoren haben die anderen vier Ecken?

Welchen Ortsvektor hat der Mittelpunkt des Würfels?

Welche Ortsvektoren haben die Mittelpunkte der sechs Seiten?

2. ([1], Ex. 1.1, 12) Eine typische Ecke eines 4D-Würfels hat z.B. den Ortsvektor $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Wieviele Ecken hat ein 4D-Würfel?

Wieviele Seiten?

Wieviele Kanten?

3. ([1], Ex. 2.1, 4) Angenommen, Sie haben ein Gleichungssystem mit mindestens zwei Zeilen (z.B. $x + y = 1, x - y = 2$). Sie addieren Zeile 1 zu Zeile 2. Was ändert sich dadurch?

Das Zeilenbild?

Das Spaltenbild?

Die Koeffizientenmatrix?

Die Lösung?

4. ([1], Ex. 2.1, 29) Wenn vier lineare Gleichungen in zwei Unbekannten x und y gegeben sind, dann

- besteht das Zeilenbild aus vier _____,
- liegt das Spaltenbild in einem _____-dimensionalen Raum.

Die Gleichungen haben keine Lösung, außer wenn _____.

Literatur

[1] G. Strang. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, third edition, 2003.