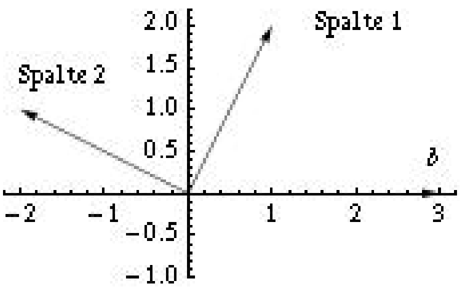
Aufgabe 1

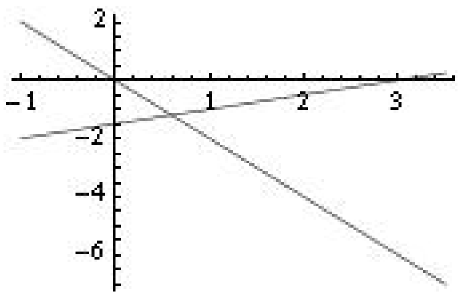
$$\text{(a) } u+v=\begin{bmatrix}7\\0\\-1\end{bmatrix}, \quad \text{(b) } u^T v = \begin{bmatrix}2 & -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\1\\-4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3\end{bmatrix}$$

$$\text{(c) } u-v=\begin{bmatrix}-3\\-2\\7\end{bmatrix}, \quad \text{(d) } 3u+6v=\begin{bmatrix}6\\-3\\9\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}30\\6\\-24\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}36\\3\\-15\end{bmatrix}$$

Aufgabe 2

Spalten- und Zeilenbild:





Aufgabe 3

$$\text{(a) } \begin{bmatrix}7\\5\\17\end{bmatrix}, \quad \text{(b) } \begin{bmatrix}19\\3\\48\\-7\end{bmatrix}$$

Aufgabe 4

$$\text{(a) } \begin{cases}-x+2=5\\4x+2y=13\end{cases}, \quad \text{(b) } \begin{cases}x+3y=0\\-12x+2y=1\\3x+4y=2\end{cases}$$

Aufgabe 5

keine Lösung: Die Geraden im Zeilenbild sind parallel.

$$zB.: \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

genau eine Lösung: Die Geraden im Zeilenbild haben einen Schnittpunkt.

$$zB.: \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 4x + 2y = 1 \end{cases}$$

unendlich viele Lösungen: Die Geraden im Zeilenbild liegen aufeinander.

$$zB.: \begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 4x + 8y = 2 \end{cases}$$

Aufgabe 6

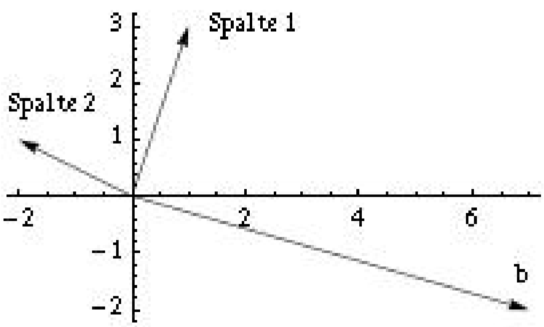
$$x = 5t + 3, \quad y = 5 + 2t, \quad t \in \mathbb{R}$$

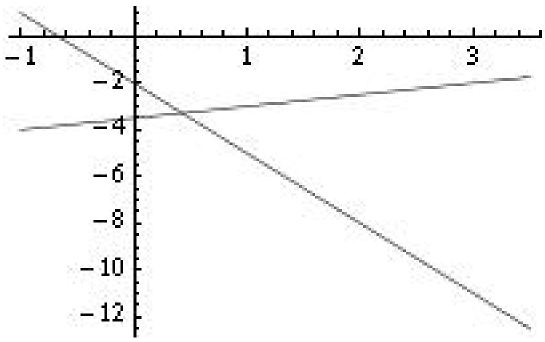
Nach t auflösen und in die zweite Gleichung einsetzen

$$t = \frac{y-5}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{5y-25}{2} + 3 \quad \Leftrightarrow \quad 19 = 5y - 2x$$

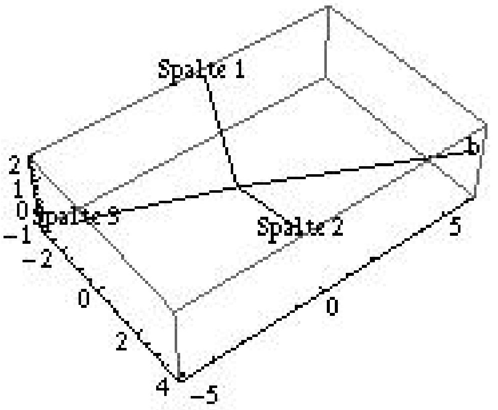
Aufgabe 7

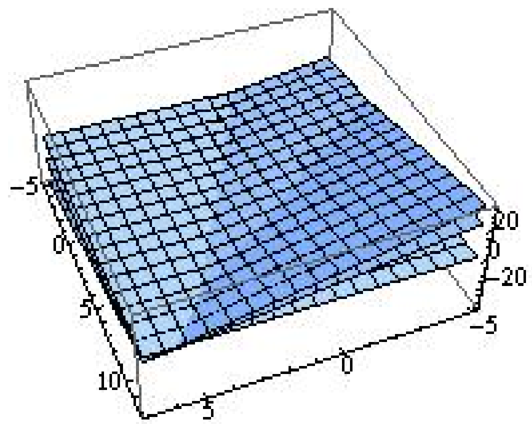
a) Spalten- und Zeilenbild:





b) Spalten- und Zeilenbild:





Aufgabe 8

Durch Einsetzen der Werte für x und y erhält man das Gleichungssystem

$$\begin{cases} d = 10 \\ a + b + c + d = 7 \\ 27a + 9b + 3c + d = -11 \\ 64a + 16b + 4c + d = -14 \end{cases}$$

in Matrixform geschrieben

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 64 & 16 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ -11 \\ -14 \end{bmatrix}$$

Mit Elimination und Rücksubstitution erhält man damit

$$a = 1, \quad b = -6, \quad c = 2, \quad d = 10$$

Aufgabe 9

Bei einem Kreis ist a = 1 (siehe Formelsammlung). Somit hat man

$$x^2 + y^2 + bx + cy + d = 0 \quad \Leftrightarrow \quad bx + cy + d = -x^2 - y^2$$

Damit lässt sich das Gleichungsystem, das man durch einsetzen der Werte erhält, mittels Gauß-Jordan leicht lösen.

$$a = 1, \quad b = -2, \quad c = -4, \quad d = -29$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 - 2x - 4y - 29 = 0$$