

**Abgabe: SW5 + SW6**



1. Definieren Sie die Begriffe:

- (a) Teilbarkeit
- (b) Primzahl
- (c) Teilbarkeitsfunktion
- (d) Größte gemeinsame Teiler, kleinste gemeinsame Vielfache

Geben Sie ein paar Beispiele für jeden.



2. Schreiben Sie die Schritte des euklidischen Algorithmus für die Berechnung des größten gemeinsamen Teiler von:

- a) 294 und 77
- b) 2521 und 338

Schreiben Sie die allgemeine Form des euklidischen Algorithmus.



3. Die Summe zweier natürlicher Zahlen ist 65 und ihr größter gemeinsamer Teiler ist 13. Finden Sie alle Lösungen.



4. Die Alter eines Vaters, seines Sohnes und seines Enkels sind Primzahlen, und nach fünf Jahren werden es Quadratzahlen sein. Wie alt ist jeden von ihnen jetzt?



5. Zeigen Sie für alle  $n \in \mathbb{N}$ :

- a)  $91 \mid 3^{91} - 3$     b)  $15 \mid 4^{15} - 4$
- c)  $42 \mid n^7 - n$     d)  $37 \mid 1000^n - 1$



6. **Satz.** Es gibt unendlich viele Primzahlen.

Wie lautet der euklidischen Beweis dafür?



7. a) Lösen Sie in  $\mathbb{Z}(5, \oplus, \otimes)$  die Gleichung:  $2 \otimes x \oplus 3 = 2$ .

b) Zeigen Sie, dass die Gleichung  $a \otimes x \oplus b = 0$ , mit  $a \neq 0$ , hat genau eine Lösung in  $\mathbb{Z}(5, \oplus, \otimes)$ .



8. Finden Sie die Lösungen in  $\mathbb{Z}(6, \oplus, \otimes)$  für die Gleichungen:

- a)  $5 \otimes x \oplus 2 = 4$
- b)  $3 \otimes x \oplus 4 = 4$

SS 2008

c)  $2 \otimes x \oplus 3 = 2$



9. a) Bestimmen Sie eine natürliche Zahl  $n$  mit den Bedingungen:  $n-2$  durch 6 teilbar und  $n+2$  durch 241 teilbar.
- b) Die Zahlen  $x, x+2, x+6, x+14$  und  $x+18$  sind alle prim. Bestimmen Sie  $x$ .



1 Punkt



2 Punkte



3 Punkte

SW = Semester Woche

**Literatur**

1. Doina Logofătu, *Algorithmen und Problemlösungen mit C++*, Vieweg Verlag, 2006.