

Diskrete Mathematik (IFB2B), Vorprüfung

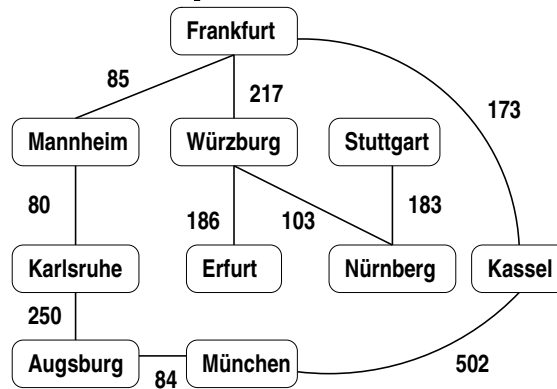
M.Gruber

16.Juli 2007, 15:45–17:15, R 1.006 (25)

1. (10 Punkte) *Turing's Code, Version 2.0 (mit sehr kleinen Zahlen)* Der (öffentlich bekannte) Modulus sei $p = 13$, der (geheime) Schlüssel $k = 6$. Ihre Freundin schickt Ihnen die verschlüsselte Botschaft $m^* = m \cdot 6 \pmod{13} = 8$.

Wie lautet die Klartextbotschaft m ?

2. (10 Punkte) Gegeben sei der Graph



Beschreiben Sie kurz, wie der Dijkstra-Algorithmus den kürzesten Weg von Erfurt nach München findet.

Hinweis Eine Möglichkeit, die Aufgabe zu lösen, besteht darin, in einer Tabelle die Distanzen anzugeben, die der Algorithmus schrittweise zu den einzelnen Orten berechnet, bis er schließlich die kürzeste Distanz von Erfurt nach München findet. Diese Tabelle beginnt so:

Schritt	F	MA	WÜ	S	KA	EF	N	KS	A	M
0	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
1	∞	∞	186	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	186	∞	∞	0	289	∞	∞	∞
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

Wie geht sie weiter?

3. (10 Punkte) Finden Sie für die Rekursion

$$\begin{aligned} h(1) &= \alpha \\ h(n+1) &= 2h(n) + 2^n \beta \end{aligned}$$

eine geschlossene Form $h(n) = A(n)\alpha + B(n)\beta$.

4. (10 Punkte) Sie haben beliebig viele Briefmarken zu 5, 10 und 20 Cent und sollen einen Brief mit 55 Cent frankieren.

Wieviele Möglichkeiten haben Sie?

5. (10 Punkte) Finden Sie eine geschlossene Form für die Rekursion

$$\begin{aligned} f(0) &= 1 \\ f(1) &= 0 \\ f(n) &= 4f(n-1) - 3f(n-2) \end{aligned}$$

6. (10 Punkte) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine gut vorbereitete Studentin mindestens die Note 2 bekommt, beträgt 90%. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine nicht gut vorbereitete Studentin mindestens die Note 2 bekommt, beträgt 5%. 20% der Studentinnen sind gut vorbereitet.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Studentin, die mindestens die Note 2 bekommt, gut vorbereitet war?

7. (10 Punkte) *Mine-Sweeper*, Größe 4×5 . Elf Minen sind versteckt. Nach zwei Spielzügen sieht das Tableau so aus:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	1	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- (a) das Feld a

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	a
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	1	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- (b) das Feld b

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	1	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

vermint ist?

8. (10 Punkte) Ein Hausaufgabenblatt hat sechs Aufgaben. Jede Aufgabe beschäftigt Sie mit Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$ eine Stunde, mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ zwei Stunden und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ drei Stunden.

Welche Bearbeitungszeit für das gesamte Aufgabenblatt haben Sie zu erwarten?

9. (10 Punkte) Sie würfeln mit zwei fairen Würfeln so lange, bis Sie einen Pasch würfeln (ein Pasch liegt vor, wenn beide Würfel die gleiche Augenzahl zeigen). Sie N die Anzahl der Würfe, die Sie benötigen.

Welchen Erwartungswert hat N ?