

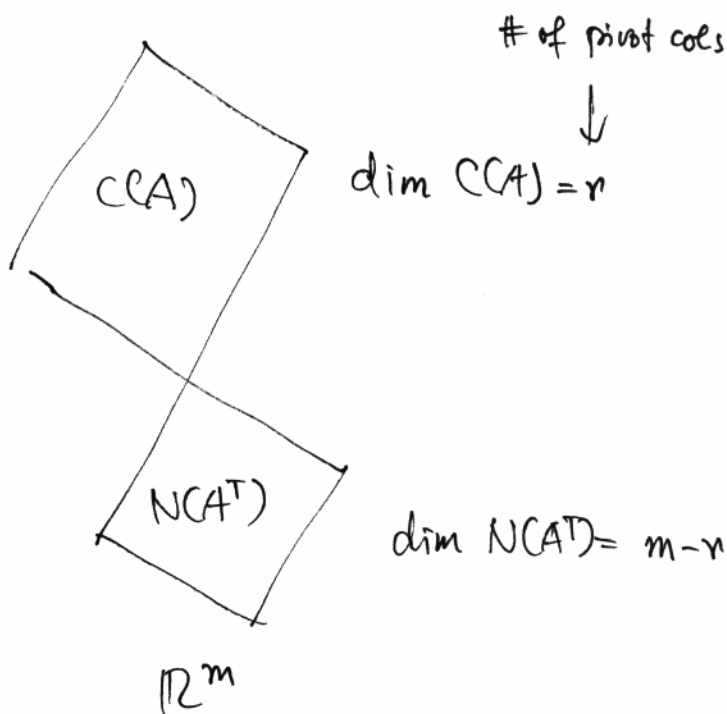
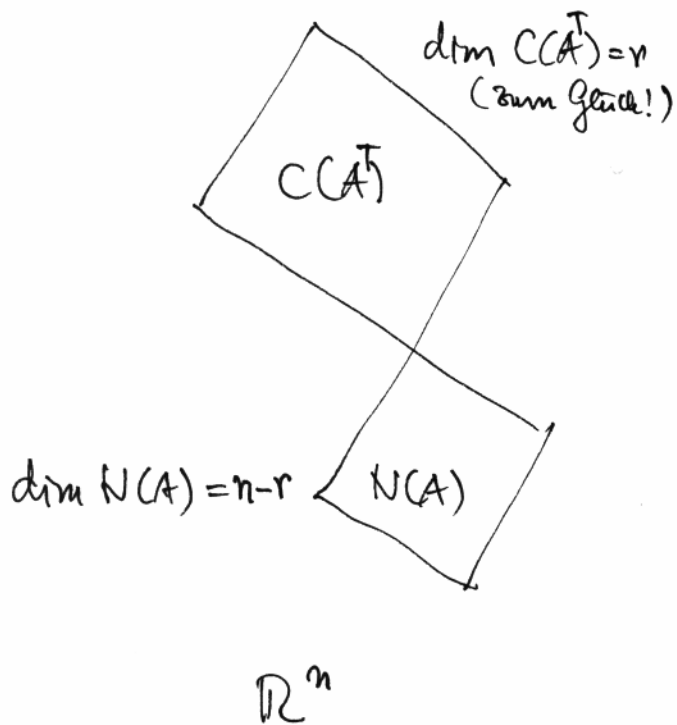
Lektion 10

"Four fundamental Subspaces"

( $A = m \times n$ -Matrix)

$C(A)$	column space of $A$	Spaltenraum
$N(A)$	null space of $A$	Nullraum
$C(A^T)$	row space of $A$	Zeilerraum
$N(A^T)$	null space of $A^T$ left null space of $A$	"linkes Nullraum"

$C(A) \subset \mathbb{R}^m, N(A) \subset \mathbb{R}^n, C(A^T) \subset \mathbb{R}^n, N(A^T) \subset \mathbb{R}^m$



Dasesen?

(B)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = R$$

I   F  
P P F F

$$R = EA \quad E = ?$$

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = E$$

$$(1) \quad C(A) \neq C(R) \quad (2) \quad N(A) = N(R)$$

$$(3) \quad C(A^T) = C(R^T) \quad (4) \quad N(A^T) \neq N(R^T)$$

(1) aber Pivot-Spalten sind linear unabhängig.

$$\text{Basis für } C(A) : \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad Ax=0 \Leftrightarrow Rx=0;$$

$$\text{Basis für } N(A) = \text{Basis für } N(R) : \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(3) Basis für  $C(A^T)$ : nicht-null-Zeilen von  $R$ ,

$$\text{also } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

~~(4) Basis~~

## Lektion 10

(4)  $A^T y = 0 \Leftrightarrow y^T A = 0$ ; nun betrachte  $EA = R$ , vor allem die letzte Zeile! + Dimensionsbetrachtung.

Basis von  $N(A^T)$ :  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

---

Ausblick: Vektorraum der Matrizen  
Unterräume...